

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يمثل الجدول التالي نسب النجاح في امتحان شهادة البكالوريا لشعبة التسيير والاقتصاد بثانوية في الفترة من سنة 2010 إلى سنة 2014.

السنة	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
النسبة المئوية y_i	33,1	36,8	41,0	41,1	44,1
$z_i = \ln y_i$					

- (1) عيّن إحداثيات G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$.
- (2) لتكن $y = ax + b$ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i; y_i)$.
بيّن أنّ $a = 2,63$ ثم أحسب قيمة b .
- (3) أ) أكمل السطر الأخير من الجدول أعلاه. (تدور النتائج إلى 10^{-2})
ب) بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i; z_i)$ هي: $z = 0,07x + 3,46$.
- (4) من بين التعديلين السابقين، ما هو التعديل الذي يعطي أكبر نسبة نجاح في سنة 2017؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $u_0 = 2$ ومن أجل كل n طبيعي، $u_{n+1} = 3u_n - 2$.
- (1) احسب u_1 ، u_2 ، u_3 ثم خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
 - (2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة ب: من أجل كل n طبيعي، $v_n = u_{n+1} - u_n$.
أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 يطلب تعيين حددها الأول.
ب) عين v_n بدلالة n ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة.
 - (3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم، $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$.
أ) احسب S_n بدلالة n .
ب) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = S_n + u_0$ واستنتج عبارة u_n بدلالة n .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

أجريت دراسة إحصائية حول العلاقة بين استعمال الانترنت وامتلاك جهاز حاسوب في مدينة ما، فكانت النتائج كما يلي: 80% من سكان هذه المدينة يملكون جهاز حاسوب. 90% من سكان هذه المدينة الذين يملكون جهاز حاسوب يستعملون الانترنت. 60% من سكان هذه المدينة الذين لا يملكون جهاز حاسوب يستعملون الانترنت.

- نختار عشوائيا شخصا من هذه المدينة .
- يرمز **A** إلى الحادثة : "الشخص المختار يملك جهاز حاسوب" .
- يرمز **B** إلى الحادثة : "الشخص المختار يستعمل الانترنت" .
- (1) انجز شجرة الاحتمالات التي تتمذج هذه الوضعية .
- (2) أ) بيّن أنّ احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب يساوي 0,20 .
ب) ما احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب ويستعمل الانترنت؟
ج) ما احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب ويستعمل الانترنت؟
- (3) احسب احتمال أن يكون الشخص المختار يستعمل الانترنت.
- (4) احسب احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب علما انه يستعمل الانترنت .

التمرين الرابع: (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على D_f حيث $D_f =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{e^x - 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) أ) احسب النهايات : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وفسر بيانيا النتائج المحصل عليها .
ب) احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من D_f ، $f'(x) = \frac{1}{2}e^x + \frac{e^x}{(e^x - 1)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) مع المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 1$.

(4) عيّن معادلة (T) المماس للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $\ln 3$.

(5) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = f(x) - \frac{9}{4}(x - \ln 3) - 1$.

الجدول المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة g .

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

أ) احسب $g(\ln 3)$ واستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

ب) ادرس على المجال $]0; +\infty[$ وضعية المنحني (C_f)

بالنسبة إلى المماس (T) ، ثم فسّر ذلك بيانيا .

(6) احسب $f(\ln 2)$ ثم أرسم المماس (T) و (C_f) على المجال $]-\infty; 0[\cup]0; 3]$.

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : تسيير و اقتصاد/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	

الموضوع الثاني		
التمرين الأول: (04 نقاط)		
01	0.25 0.75	(1) $\bar{X} = 3$ $\bar{Y} = 39,22$ ومنه $G(3 ; 39,22)$
01	0.75 0.25	(2) بيان أن $a = 2,63$ $b = 31,33$
1.25	0.50 0.50 0.25	(3) أ) اكمال السطر الأخير من الجدول ب) بيان أن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي: $z = 0,07x + 3,46$ $a = 0,07$ $b = 3,46$
0.75	0.25 0.25 0.25	(4) التعديل الذي يعطي اكبر نسبة نجاح : رتبة السنة 2017 هي 8 اما التعديل الثاني يعطي $y = 2,63 \times 8 + 31,33 = 52,37$ ومنه $z = 0,07 \times 8 + 3,46 = 4.02$ ومنه $y = e^{4,02} = 55,77$ ومنه التعديل الذي يعطي اكبر نسبة هو التعديل اللوغاريتمي
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
01	0.75 0.25	(1) حساب الحدود $u_3 = 28$ ، $u_2 = 10$ ، $u_1 = 4$ التخمين : المتتالية (u_n) متزايدة تماما .
1.75	0.50 0.25 0.50 0.50	(2) أ) بيان أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 تعيين حدها الأول $v_0 = u_1 - u_0 = 2$ ب) $v_n = 2 \times 3^n$ بدلالة n : استنتاج أن المتتالية (u_n) متزايدة .
1.25	0.50 0.50 0.25	(3) أ) احسب S_n بدلالة n . ب) بيان أن: من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = S_n + u_0$ استنتاج عبارة u_n بدلالة n . $u_n = 3^n + 1$
التمرين الثالث: (04 نقاط)		
		(1) انجاز شجرة الاحتمالات التي تتمذج هذه الوضعية.

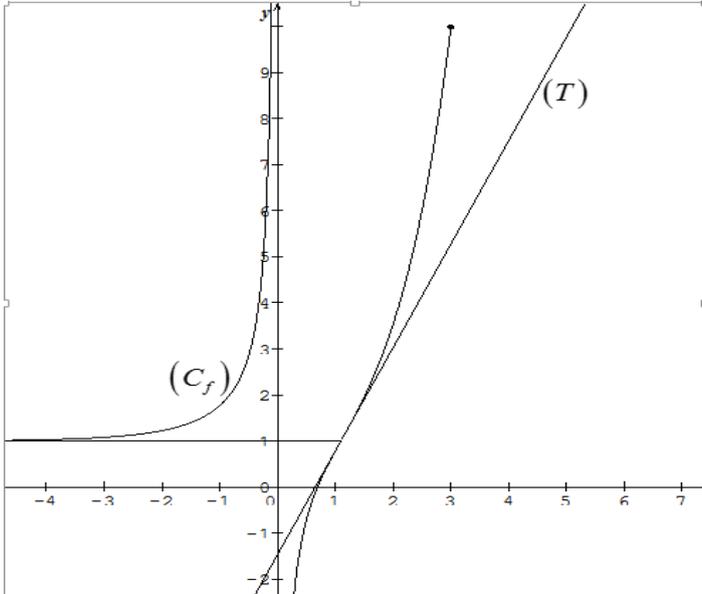
العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	

0.75	0.75	
02	01 0.75	<p>(2) أ) بيان أنّ احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب يساوي $1 - 0.8 = 0.20$</p> <p>ب) احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب ويستعمل الانترنت هو :</p> $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B) = 0.80 \times 0.90 = 0.72$ <p>ج) احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب ويستعمل الانترنت هو :</p> $p(\bar{A} \cap B) = p(\bar{A}) \times p_{\bar{A}}(B) = 0.20 \times 0.60 = 0.12$
0.50	0.50	<p>(3) احتمال أن يكون الشخص المختار يستعمل الانترنت هو :</p> $p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B) = 0.84$
0.75	0.75	<p>(4) احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب علما انه يستعمل الانترنت هو :</p> $p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0.72}{0.84} = 0.86$
1.75	3×0.25 2×0.25 0.50	<p>التمرين الرابع: (08 نقاط)</p> <p>(1) أ) حساب النهايات : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$</p> <p>التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيمين مقارئين معادلتهما $x=0$ ، $y=1$</p> <p>ب) حساب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$</p>
1.50	0.50 0.25 0.25	<p>(2) أ) بيان أنّه من أجل كل x من D_f ، $f'(x) = \frac{1}{2}e^x + \frac{e^x}{(e^x - 1)^2}$</p> <p>ب) من اجل كل x من D_f ، $f'(x) > 0$ ، ومنه f متزايدة تماما على مجالي D_f</p>

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	

	0.50	جدول التغيرات.												
		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td></td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$f'(x)$	-		+	$f(x)$		$+\infty$	$+\infty$
x	$-\infty$	0	$+\infty$											
$f'(x)$	-		+											
$f(x)$		$+\infty$	$+\infty$											
	0.25	3) دراسة الوضع النسبي للمنحني (C_f) مع المستقيم (Δ)												
1.25	0.25	$f(x) - 1 = \frac{e^x(e^x - 3)}{e^x - 1}$ <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$\ln 3$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)-1$</td> <td>+</td> <td></td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	$\ln 3$	$+\infty$	$f(x)-1$	+		-	+		
x	$-\infty$	0	$\ln 3$	$+\infty$										
$f(x)-1$	+		-	+										
	0.75	$x \in]-\infty; 0[\cup]\ln 3; +\infty[$ لما (Δ) فوق (C_f) $x \in]0; \ln 3[$ لما (Δ) تحت (C_f) $(C_f) \cap (\Delta) = \{I(\ln 3; 1)\}$												
0.50	0.50	4) عيّن معادلة (T) المماس للمنحني (C_f) : $(T) : y = \frac{9}{4}x - \frac{9}{4}\ln 3 + 1$												
	0.25	5) أ) $g(\ln 3) = 0$												
	0.50	استنتاج إشارة $g(x)$ حسب قيم x												
1.75		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$\ln 3$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td></td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	0	$\ln 3$	$+\infty$	$g(x)$		-	+				
x	0	$\ln 3$	$+\infty$											
$g(x)$		-	+											
	0.50	ب) دراسة وضعية المنحني (C_f) بالنسبة الى المماس (T) ،												
	0.50	التفسير البياني المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف $\Omega(\ln 3; 1)$												

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	

01.25	0.25	<p>(6) احسب $f(\ln 2)$ رسم المماس (T) رسم (C_f) على المجال $]-\infty; 0[\cup]0; 3]$.</p> 
	0.25	
	0.75	